

# Telecomunicações - Problemas

## Módulo I - Propagação e radiação de ondas electromagnéticas

Elói Teixeira Pereira  
Tenente EngEl

26 de Novembro de 2006

### 1 Conceitos básicos

1. Calcule a densidade de potência de:
  - (a) uma fonte isotrópica com uma potência de transmissão de 500 W a uma distância de 500 m.
  - (b) uma fonte isotrópica com uma potência de transmissão de 3 kW a uma distância de 3600 km (Densidade de potência da mesma ordem de grandeza que a densidade de potência em terra numa comunicação via satélite).
  - (c) Sabendo que a área efectiva é um parâmetro intrínseco das antenas, averigüe a área efectiva para cada um dos casos anteriores caso se deseje uma potência mínima recebida de 1 nW.
2. Considera-se uma fonte isotrópica que radia uma onda electromagnética em espaço livre. A cerca de 20 km mediu-se a densidade de potência obtendo-se o valor de  $200 \mu\text{W}/\text{m}^2$ .
  - (a) Determine a densidade de potência a 25 km de distância da mesma fonte.
  - (b) Calcule a atenuação de potência entre 20 km e 25 km expressa em dB.
3. Pretende-se usar uma antena de alto ganho para recepção de sinais provenientes de uma sonda em Jupiter a 800 milhões de km. Sabendo que a potência de recepção mínima à entrada da antena para se estabelecer a ligação é de  $3.7 \times 10^{-18} \text{ W}$  e que a antena de recepção tem uma área efectiva de  $8400 \text{ m}^2$ , calcule a potência de emissão da sonda supondo que a fonte é isotrópica.
4. Considere uma onda electromagnética a propagar-se num meio com perdas. Convencionase que a onda se propaga na direcção do eixo z e que tem polarização linear segundo o eixo x. A frequência da onda electromagnética é 3 GHz. A 500 m de distância da fonte de radiação mediu-se a amplitude do campo eléctrico obtendo-se o valor de 1 mV/m. Considere um coeficiente de atenuação de 0.1 Np/m e uma impedância característica de  $120\pi \Omega$ .

- (a) Apresente as equações genéricas do campo eléctrico e do campo magnético supondo que a onda é plana e monocromática.
  - (b) Apresente as equações anteriores particularizadas ao caso apresentado. Apresente valores numéricos para as diversas grandezas das equações.
5. Uma onda electromagnética a propagar-se em espaço livre sofre de refacção ao entrar num meio mais denso. O ângulo de incidência da onda com a normal à superfície de separação entre os dois meios é de  $30^\circ$ . Após entrar no novo meio sofreu um desvio de  $20^\circ$ . Calcule a velocidade de propagação no segundo meio.
  6. Pretende-se identificar um determinado meio isotrópico. Para tal fez-se incidir no meio uma onda electromagnética perfazendo um ângulo de  $45^\circ$  com a normal à superfície do meio. A onda desviou-se  $28^\circ$  do seu percurso, aproximando-se da normal.
    - (a) Recorrendo à tabela da figura 2 identifique o meio em causa.
    - (b) Qual a frequência da onda electromagnética que usaria para executar esta experiência? Em que sentido pode este parâmetro ter influência no resultado final?
  7. Considere uma superfície plana de separação entre dois meios (água a  $20^\circ\text{C}$  e ar). Qual o ângulo (caso este exista) acima do qual um feixe de luz com um comprimento de onda de  $589.3\text{ nm}$  é completamente reflectido.

## 2 Radiopropagação

1. Pretende-se estabelecer uma ligação entre dois pontos a  $1500\text{ km}$ . Para tal vai-se fazer uso de propagação por refacção na ionosfera utilizando a camada F2. Sabe-se que a frequência crítica para esta camada, nas condições em que se vai operar, se situa nos  $7\text{ MHz}$  e a altura virtual toma o valor de  $400\text{ km}$ .
  - (a) Assumindo uma aproximação de terra plana, calcule a frequência máxima utilizável para este sistema, sendo essa a frequência a utilizar no sistema.
  - (b) Considere que o sistema foi configurado para operar durante dia mas que foi necessário a sua utilização durante a noite. A altura virtual da camada F2 baixaria para  $300\text{ km}$  e a frequência crítica passaria a tomar o valor de  $6\text{ MHz}$ . Refira que alterações deveria efectuar na configuração do sistema para continuar a operar com a frequência acima calculada, referindo também o erro de distância ao receptor.

## 3 Propagação Guiada

1. Uma determinada linha aérea bifilar tem uma impedância característica  $Z_0 = 70\ \Omega$  e uma constante de fase  $\beta = 3\text{ rad/m}$ . A frequência de operação é  $100\text{ MHz}$ . Supondo que a linha é constituída por condutores perfeitos (condutividade eléctrica infinita) e o meio dieléctrico não tem perdas (condutividade eléctrica nula), calcule os parâmetros concentrados da linha.

2. Uma linha de transmissão a operar a 500 MHz tem uma impedância característica de  $80 \Omega$ , constante de atenuação de  $0.04 \text{ Np/m}$  e constante de fase de  $1.5 \text{ rad/m}$ . Calcule os parâmetros concentrados da linha de transmissão descrita.
3. Uma linha de telefone tem os seguintes parâmetros concentrados:  $R = 30 \Omega/\text{km}$ ,  $L = 100 \text{ mH/km}$ ,  $G = 0 \text{ S/m}$  e  $C = 20 \mu\text{F/m}$ . Para uma frequência de operação de 1 kHz, obtenha:
  - a impedância característica da linha
  - a constante de propagação
  - a velocidade de propagação
4. Uma certa linha de transmissão a operar a  $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$  tem um constante de atenuação de  $8 \text{ dB/m}$ , uma constante de fase de  $1 \text{ rad/m}$ . A impedância característica da linha toma o valor de  $60 + j 40 \Omega$ . A linha é alimentada por um gerador de 10 V e uma impedância de  $40 \Omega$ . Supondo que a linha tem dois metros e que é alimentada por uma carga de  $20 + j 50 \Omega$ , determine
  - O coeficiente de reflexão de tensão na carga
  - A razão de onda estacionária
  - A impedância de entrada
  - A corrente à entrada da linha

## 4 Antenas

1. Considere dois dipolos com  $0.05 \lambda$  e  $0.5 \lambda$  ambos alimentados por uma corrente de 100 mA.
  - Calcule a potência radiada por cada dipolo.
  - Qual o dipolo que escolheria caso a alimentação do dipolo fosse executada através de um cabo coaxial de  $75 \Omega$  (suponha que a potência radiada não é limitação para o dito sistema). Justifique a sua opção.
2. Efectuou-se uma medida da amplitude do campo magnético a 3 km de distância de uma antena de fio situada num mastro, tendo-se registado o valor de  $10 \mu\text{A/m}$ . A altura do ponto de alimentação da referida antena até ao solo é de 20 m. Despreze as perdas da antena. Calcule a potência radiada pela antena caso esta seja:
  - um DEH com  $\lambda/30$ ;
  - um dipolo de meia onda;
  - um monopolo de um quarto de onda;
  - Small Loop* de 5 espiras com um raio de  $\lambda/25$ .
3. A 400 km de distância de um dipolo de meia onda ressonante mediu-se o valor do campo eléctrico, tendo-se registado o valor de  $10 \mu\text{V/m}$ . Considere que a medida foi efectuada segundo um ângulo  $\theta$  de  $90^\circ$ . A antena está projectada para operar a 50 MHz.

Qual o comprimento do dipolo?

Calcule o valor da corrente de alimentação da antena.

Calcule a potência radiada pela antena.

Caso a antena seja alimentada por uma linha de transmissão com uma impedância característica de  $75 \Omega$  calcule a SWR.

4. Proponha uma solução para o sistema descrito no problema 3 mas alimentando a antena com uma linha de transmissão de  $300 \Omega$ . Apresente os pontos positivos e negativos da solução apresentada.

5. De forma a diminuir o tamanho da antena do sistema do problema 3 optou-se por instalar um monopolo de um quarto de onda.

Explique a opção tomada.

Torne a efectuar os cálculos efectuados no problema 3 com esta nova antena.

6. Uma antena com uma eficiência de 95% tem um máximo de intensidade de radiação de  $1 \text{ W/sr}$ . Calcule a directividade caso a potência de entrada tome o valor de  $0.4 \text{ W}$ .

7. Determine a directividade das antenas com as seguintes intensidades de radiação:

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} \sin \theta, & 0 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq \phi \leq 2\pi; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} 2 \sin \theta \sin^3 \phi, & 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi \leq \pi; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

8. Considere um sistema de comunicações que utiliza um satélite geostacionário a  $40\,000 \text{ km}$  de distância da estação de terra. A frequência de operação é  $12 \text{ GHz}$ . Calcule em  $\text{dB}$  a diferença entre a potência transmitida e a potência recebida considerando que a antena da estação de terra tem uma antena de  $1 \text{ m}$  de diâmetro e a antena do satélite tem  $0.5 \text{ m}$ . Ambas as antenas têm uma eficiência de abertura de  $60\%$ .

## 5 Ruído

1. Num determinado receptor de satélite para TV é necessário uma relação sinal ruído mínima de  $40 \text{ dB}$  após amplificação. A relação sinal-ruído após a antena de recepção é cerca de  $60 \text{ dB}$ . Tendo disponível a seguinte lista de amplificadores encontre a melhor solução para cumprir os requisitos.

(a)  $\text{LNA}_1$ :  $G_1 = 13 \text{ dB}$ ,  $T_1 = 100 \text{ K}$ ;

(b)  $\text{LNA}_2$ :  $G_2 = 7 \text{ dB}$ ,  $T_2 = 90 \text{ K}$ ;

(c)  $\text{LNA}_3$ :  $G_3 = 20 \text{ dB}$ ,  $T_3 = 120 \text{ K}$ ;

2. Prove que a expressão do factor de ruído de  $n$  quadripólos em série é:

$$nf_{eq} = nf_1 + \frac{nf_2 - 1}{g_1} + \frac{nf_3 - 1}{g_1 g_2} + \dots + \frac{nf_n - 1}{g_1 g_2 \dots g_{n-1}}.$$

Partindo da dedução anterior mostre que a Temperatura equivalente de ruído é dada por:

$$T_{eq} = T_1 + \frac{T_2}{g_1} + \frac{T_3}{g_1 g_2} + \dots + \frac{T_n}{g_1 g_2 \dots g_{n-1}}.$$

## Formulário

Permitividade eléctrica no vazio:  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ F/m}$

Permeabilidade magnética no vazio:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

Constante de Boltzmann:  $K_B = 1.38 \times \text{ J/K}$

Velocidade da luz no vácuo  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

### Unidades logarítmicas

$$P_{dB} = 10 \log_{10}(p) \quad (1)$$

$$V_{dB} = 20 \log_{10}(v) \quad (2)$$

$$1 \text{ Np} = 8.686 \text{ dB} \quad (3)$$

## Conceitos básicos

### Impedância característica de um meio

$$Z = \frac{|E|}{|H|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (4)$$

### Velocidade de propagação de uma onda EM num meio

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (5)$$

### Densidade de potência (módulo do vector de Pointing)

$$S = \frac{p_t}{4\pi R^2} \quad (6)$$

### Lei de Snell

$$n_1 \text{ sen}(\theta_1) = n_2 \text{ sen}(\theta_2) \quad (7)$$

$$n_i = c\sqrt{\varepsilon_i \mu_i} \quad (8)$$

### Espectro electromagnético

(ver figura 1)

### Índice de refração

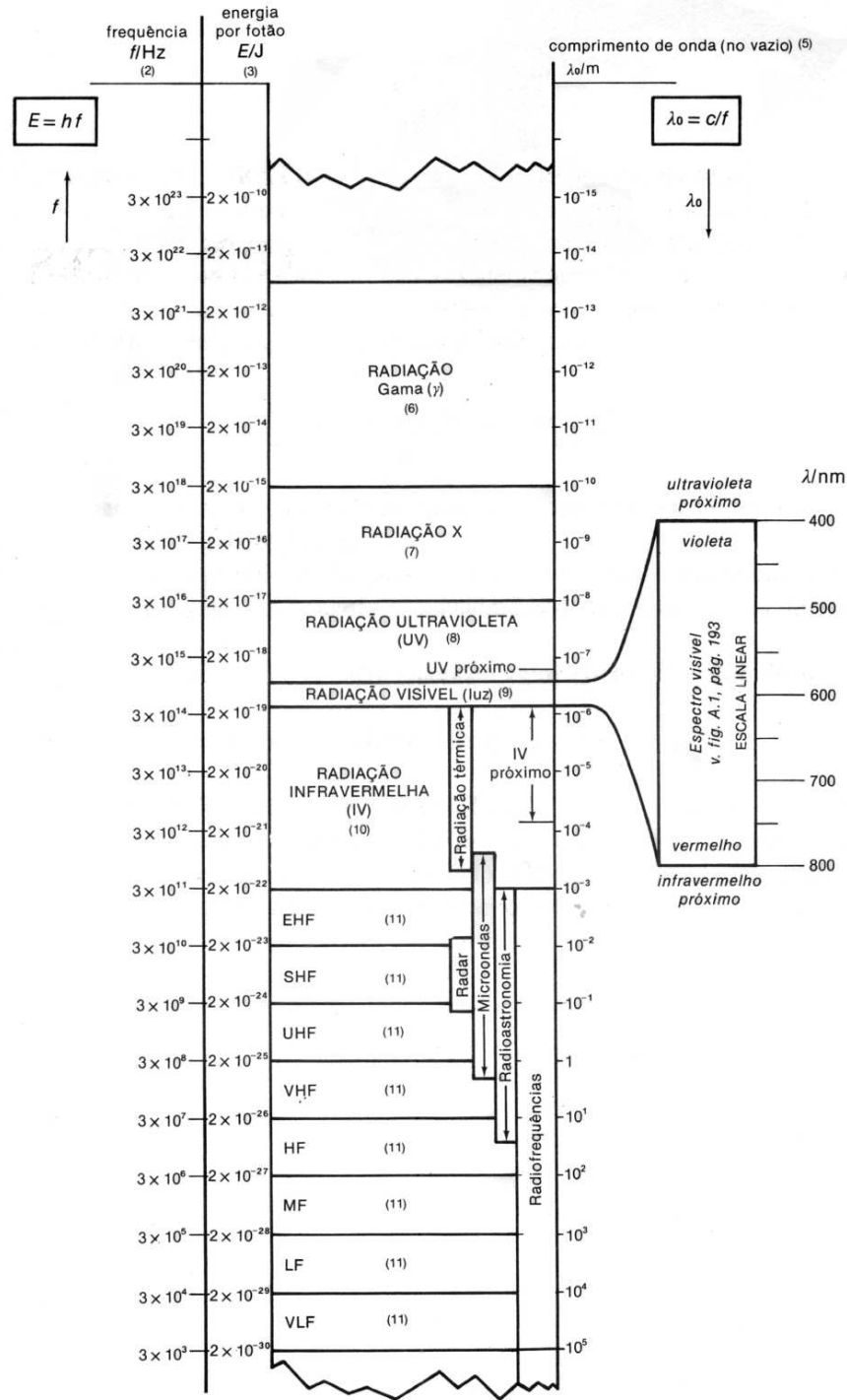
(ver figuras 2 e 3)

## Radiopropagação

### Maximum Usable Frequency

$$MUF = \frac{f_c}{\cos \theta} \quad (9)$$

Não há separação *rígida* entre bandas de frequência. Os limites apresentados têm apenas carácter informativo (1)(4).



192

Figura 1: Espectro electromagnético. Fonte: Almeida, G. *Sistema Internacional de Unidades (SI)*.

Os valores indicados referem-se, salvo indicação contrária, à linha D<sup>(1)</sup> do sódio, de comprimento de onda  $\lambda_D = 589,3 \text{ nm}$ .

SÓLIDOS ISÓTROPOS <sup>(2)</sup>		LÍQUIDOS <sup>(3)</sup>	
substância	$n_D$	substância	$n_D$
âmbar	1,546	acetona	1,358 5
bálsamo do Canadá	1,530	água (10 °C)	1,333 74
cloreto de sódio	1,544	água (20 °C)	1,332 99
diamante	2,417 3	álcool etílico	1,361 8
fluorite (CaF <sub>2</sub> )	1,434	aceite	1,47
gelatina	1,530	benzeno	1,501 4
quartzo fundido (18 °C)	1,458	clorofórmio	1,445 3
vidro:		éter	1,352 5
— crown de borossilicato <sup>(4)</sup>	1,516 0	gelo (0 °C)	1,31
— flint extra denso <sup>(4)</sup>	1,646 9	glicerina	1,471 6
		óleo de cedro	1,516
		tetracloreto de carbono	1,460 7

GASES (PTN)			
gás	$n_D^{(4)}$	gás	$n_D^{(4)}$
acetileno	1,000 606	dióxido de carbono	1,000 450
amoniaco	1,000 376	hélio	1,000 035
ar —	1,000 292	hidrogénio	1,000 139
azoto	1,000 298	néon	1,000 067
cloro	1,000 781	oxigénio	1,000 271

Figura 2: Índice de refração de alguns elementos. Fonte: Almeida, G. *Sistema Internacional de Unidades (SI)*.

ÍNDICES DE REFRAÇÃO DE ALGUNS MEIOS ÓPTICOS, PARA VÁRIOS VALORES DO COMPRIMENTO DE ONDA DA RADIAÇÃO INCIDENTE <sup>(1)</sup>				
$\lambda/\text{nm}$	ar (PTN)	água	VIDRO	
	$n^{(2)}$	$n$	crown BSC <sup>(3)</sup>	flint DF <sup>(3)</sup>
			$n$	$n$
200	1,000 340 0	1,423	—	—
300	1,000 307 6	1,358	1,557	—
400	1,000 298 2	1,343	1,531	1,650
500	1,000 294 1	1,336	1,522	1,627
600	1,000 292 0	1,332	1,517	1,616
700	1,000 290 7	1,330	1,513	1,610
800	1,000 290 0	1,328	1,511	1,605
1000	1,000 289 0	1,325	1,507	1,600
2000	1,000 287 9	1,315	1,496	—

Figura 3: Índice de refração do ar e da água para vários comprimentos de onda. Fonte: Almeida, G. *Sistema Internacional de Unidades (SI)*.

## Propagação Guiada - Linhas de transmissão

### Constante de propagação

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (10)$$

Linha de condutores perfeitos e sem perdas:  $\beta = \omega\sqrt{LC}$  (11)

### Velocidade de propagação

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (12)$$



### Impedância característica

$$Z_0 = R_0 + j X_0 = \sqrt{\frac{R + j \omega L}{G + j \omega C}} \quad (13)$$

Linha de condutores perfeitos e sem perdas:  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  (14)

### Coefficiente de reflexão de tensão na carga

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (15)$$

### Razão de onda estacionária

$$s = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (16)$$

### Impedância de entrada

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma l}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma l} \quad (17)$$

Linha sem perdas :  $Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z_L \tan \beta l}$  (18)

## Antenas

### Diagrama de radiação

$$F(\theta, \phi) = \frac{E_\theta(\theta, \phi)}{E_{\theta_{max}}} \quad (19)$$

### Intensidade de radiação

$$U(\theta, \phi) = S(\theta, \phi) R^2 \quad (20)$$

### Intensidade de radiação média

$$\bar{U} = S_{rad} R^2 = \frac{P_t}{4\pi} \quad (21)$$

### Directividade máxima

$$d = \frac{U_{max}}{\bar{U}} \quad (22)$$

### Ganho máximo

$$g = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (23)$$

### Potência de radiação

$$P_{rad} = \frac{1}{2} R_{rad} |I_0|^2 \quad (24)$$

## Eficiência de radiação

$$\eta_r = \frac{p_{rad}}{p_{in}} = \frac{p_{rad}}{p_{rad} + p_{perdas}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{perdas}} \quad (25)$$

## Altura efectiva

$$h_{ef} = \lambda \sqrt{\frac{d R_{rad}}{\pi Z}} \quad (26)$$

## Área efectiva

$$A_{ef} = \frac{p_r}{S_r} = \frac{\lambda^2}{4\pi} g \quad (27)$$

## Eficiência da abertura

$$\eta_{ab} = \frac{A_{ef}}{A_{fis}} \quad (28)$$

## Equação de Friis

$$p_r = p_t g_t g_r \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (29)$$

## DEH

$$H_\phi(\theta) = \frac{j I_0 \beta dl}{4\pi r} \sin \theta e^{-j\beta r} \quad (30)$$

$$E_\theta = \eta H_\phi \quad (31)$$

$$R_{rad} = 80\pi^2 \left[ \frac{L}{\lambda} \right]^2 \quad (32)$$

## Dipolo de meia onda

$$H_\phi(\theta) = \frac{j I_0 e^{-\beta r} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{2\pi r \sin \theta} \quad (33)$$

$$E_\theta = \eta H_\phi \quad (34)$$

$$p_{rad} \approx 36.56 I_0^2 \quad (35)$$

## Dipolo dobrado

$$I_{in,d.dobrado} = \frac{I_{dipolo}}{2} \quad (36)$$

## Monopolo eléctrico

$$p_{rad,monopolo} = \frac{p_{rad,dipolo eq}}{2} \quad (37)$$

## Small loop

$$E_\phi(\theta) = \frac{120\pi I_0 S_{loop}}{r \lambda^2} \sin \theta e^{-j\beta r} \quad (38)$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{\eta} \quad (39)$$

$$R_{rad} = \frac{320\pi^4 S_{loop}^2}{\lambda^4} \quad (40)$$

**Directividade de uma corneta piramidal**

$$d \approx \frac{\pi d_E d_H \lambda^2}{32 a b} \quad (41)$$

**Directividade de um reflector parabólico**

$$d = \left( \frac{\pi d_a}{\lambda} \right)^2 \quad (42)$$

## **Ruído**

**Potência de ruído térmico**

$$n = K_B T b, \quad (43)$$

**Factor de ruído**

$$nf = \frac{snr_{in}(T_0)}{snr_{out}} \quad (44)$$

**Medida de ruído**

$$nm = \frac{nf - 1}{1 - 1/g} \quad (45)$$